Краткие сообщения ОИЯИ №2[28]-88 JINR Rapid Communication No.2[28]-88
УДК 531.72+513.83

О ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СЕЧЕНИЙ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФИЛЬМОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ

И.Д.Манджавидзе*, А.Н.Сисакян

Обсуждается постановка чисто электронного эксперимента по изучению топологических сечений σ_n в области $n \gg \bar{n}$. Показано, что калориметрические измерения, отбирающие события, когда энергии рожденных частиц ограничены сверху, позволяют проверить предсказание мультипериферической модели с высокой точностью в области $n > \bar{n}$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

About a Possibility of Experimental Investigation of Topological Cross Sections without Using Film Detectors

I.D.Mandzhavidze, A.N.Sissakian

Testing of the topological cross sections σ_n in $n \gg \bar{n}$ region is discussed for the purely electronic experiment. It is shown that calorimetrical measurements, which allow one to select events with energy of produced particles, limited from above, allow the prediction of the multiperipheral model to be checked with a high accuracy in the $n > \bar{n}$ region.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

1. Для адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях наиболее характерное явление — множественное рождение частиц. Однако с запуском ускорителей нового поколения интерес (в первую очередь экспериментаторов) к таким процессам заметно упал, что имеет очевидное объяснение.

Так, в области множественностей $n \sim \bar{n}(s)$, где сечения достигают максимума, при современных энергиях рождается 20÷40 частиц (при $\sqrt{s}$ = 540 ГэВ средняя множественность заряженных частиц $\bar{n}$ = 28,3±0,2 /1/). Чтобы найти σ_n при $n \sim \bar{n}$ примерно с 10% точностью, надо просмотреть $\sim 10^4$ событий.

* *Институт геофизики АН ГССР, Тбилиси*

Таким образом, суммируя события с множественностью до $3\bar{n}$, надо пересчитать астрономическое число, $\sim 10^{10}$ треков.

Это показывает, что обработка данных эксперимента, совмещающего триггер (с коэффициентом подавления не меньше чем 10^5 /1,2/) с фильмовым детектором (например, стримерной камерой), по изучению процессов рождения очень большого числа частиц (когда $n \gg \bar{n}$) требует чрезмерных затрат. Вместе с тем процессы рождения $n \gg \bar{n}$ числа частиц имеют фундаментальное значение, поскольку в таких процессах возбуждается максимально большое, при данной энергии $\sqrt{s}$, число степеней свободы сталкивающихся адронов.

Мы полагаем, что имеет смысл подойти к проблеме экспериментального исследования процессов множественного рождения с иных позиций: так как предполагается исследовать процесс образования системы очень большого числа частиц, так же, как в статистической физике, надо пожертвовать детальностью, с которой фиксируется конечное состояние, что позволит, в частности, отказаться от использования фильмовых детекторов (см. также п.5). Изложению этой идеи посвящена данная статья.

2. Рассмотрим, как иллюстрацию развиваемого подхода, следующую постановку задачи. Пусть на эксперименте отбираются события, в которых энергии рожденных частиц ϵ_i ограничены:

$$\epsilon_i \le \epsilon_o, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

(i нумеруют как заряженные, так и нейтральные частицы), где величина ϵ_o фиксируется в пределах $m \le \epsilon_o \le E$ и

$$E = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i . \tag{2}$$

Тогда (1) означает, что

$$\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i \le \sum_{i=1}^{n} \epsilon_o = n\epsilon_o . \tag{3}$$

То есть, с учетом закона сохранения энергии (2), условие (1) приводит к отбору событий с множественностью

$$n \ge \frac{E}{E_o} = n_{min} . \tag{4}$$

При такой формулировке эксперимента наблюдаемой величиной будет ($\epsilon_i = \sqrt{k_i^2 + m^2}$)

$$T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} \int \prod_{i=1}^{n} \{\frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3 2\epsilon_i} \theta(\epsilon_0 - \epsilon_i)\} \delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i) \times$$

$$\times \delta^{(3)} (k - \sum_{i=1}^{n} k_i) |A_n|^2, \qquad (5)$$

где A_n — амплитуда рождения n частиц. Отметим, что θ-функции в (5) опускать нельзя.

Для наглядности перейдем в (5) к интегрированию по энергиям:

$$T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} \int_m^{\epsilon_0} \prod_{i=1}^{n} \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i) \omega_n (\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n), \qquad (6)$$

где

$$\omega_n(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n) = \int \prod_{i=1}^{n} \{\frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3} \delta(\epsilon_i - \sqrt{k_i^2 - m^2}) \delta^{(3)} (k - \sum_{i=1}^{n} k_i) |A_n|^2 \qquad (7)$$

— условная (ненормированная) вероятность рождения n частиц с энергиями $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n$.

В $T(\epsilon_0)$ зависимость от ϵ_0 содержится в двух местах: в нижнем пределе суммирования по n и в интервалах по ϵ_i. Очевидно, что так как ω_n — неотрицательные функции, $T(\epsilon_0)$ — растущая функция ϵ_0. Причем

$$T(\epsilon_0) \le \sigma_{tot} \, . \qquad (8)$$

Предположим, что найдутся такие ϵ_0, что в интервалах по ϵ_i в (6) существенны $\epsilon_i \ll \epsilon_0$. Тогда

$$T(\epsilon_0) \simeq \tilde{T}(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} \int_m^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i) \omega_n =$$

$$= \sum_{n=n_{min}} \sigma_n \, . \qquad (9)$$

Очевидно, что ошибка в таком определении $T(\epsilon_0)$ равна

$$\Delta T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} n \int_{\epsilon_0}^{\infty} \frac{d\epsilon_1}{2\epsilon_1} \int_{m}^{\infty} \prod_{i=2}^{n} \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i)\omega_n . \qquad (10)$$

То есть, если ввести эксклюзивное дифференциальное сечение $\frac{\partial\sigma_n}{\partial\epsilon}$, то

$$\Delta T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} \int_{\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon \frac{\partial\sigma_n}{\partial\epsilon} = \bar{n}_{\epsilon_0} \tilde{T}(\epsilon_0), \qquad (11)$$

где $\bar{n}_{\epsilon_0}$ — среднее число частиц с энергиями $\epsilon_i \geq \epsilon_0$, если рождается $n \geq n_{min}$ число частиц. Тогда с учетом (11) мы можем считать, что

$$T(\epsilon_0) = \tilde{T}(\epsilon_0)(1 + \bar{n}_{\epsilon_0}). \qquad (12)$$

Подчеркнем еще раз, что оценка (12) справедлива, если только $\bar{n}_{\epsilon_0} \ll 1$ для данного ϵ_0. Здесь мы опираемся на простое кинематическое соображение, что спектр рожденных частиц должен смягчаться с ростом n (качественную картину см. на рис.1). Насколько это предположение справедливо, мы рассмотрим, основываясь на мультипериферической модели, см.п.4.

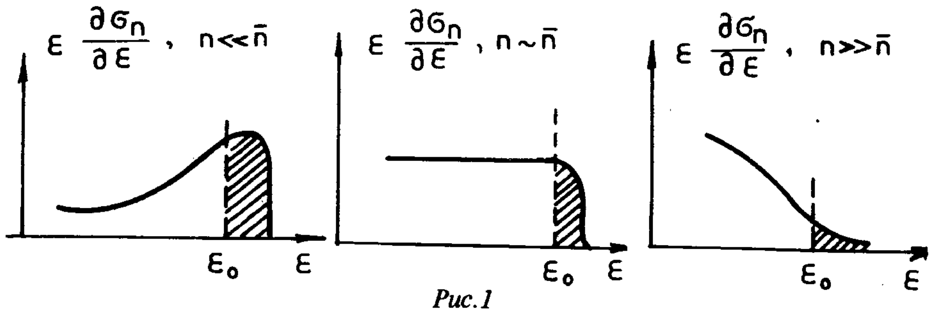

Рис.1

3. Рассмотрим теперь подробнее $\tilde{T}(\epsilon_0)$, которая определена в (9). Так как n — дискретная величина, в сумму по n очередное σ_n включится с изменением ϵ_0, когда $\epsilon_0 = \epsilon_n$, где

$$\epsilon_n = E/n. \qquad (13)$$

Причем, если ϵ_0 лежит в интервале

$$\epsilon_{n+1} < \epsilon_0 < \epsilon_n , \qquad (14)$$

$\tilde{T}$ остается неизменной.

Итак, в интервалах (14) $\tilde{T}$ остается постоянной и на порогах (13) $\tilde{T}$ изменяется скачком на величину σ_n. При этом длина ступеньки

$$\Delta_n = \epsilon_{n-1} - \epsilon_n = \frac{E}{n(n-1)} \tag{15}$$

может быть велика при высоких энергиях. График $\tilde{T}$ показан на рис.2.

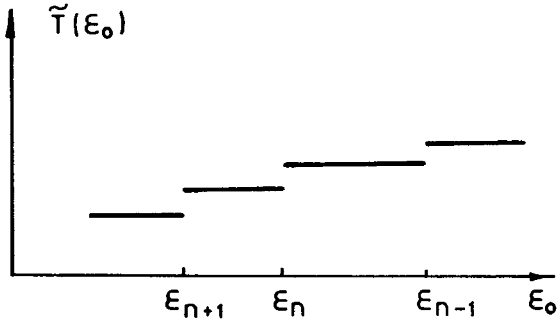

Рис.2

Поскольку высота ступеньки определяется σ_n, то

$$\tilde{T}(\epsilon_n + \frac{1}{2}\Delta_n) - \tilde{T}(\epsilon_n - \frac{1}{2}\Delta_n) = \tilde{\sigma}_n. \tag{16}$$

Найденное по этой формуле сечение $\tilde{\sigma}_n$ совпадает с истинным значением σ_n, если ошибка

$$\Delta\sigma_n = \Delta T(\epsilon_n + \frac{1}{2}\Delta_n) - \Delta T(\epsilon_n - \frac{1}{2}\Delta_n), \tag{17}$$

мала, то есть, если

$$\bar{n}_{\epsilon_0} \ll 1. \tag{18}$$

4. Найдем поправку к $\tilde{\sigma}_n$, используя мультипериферическую модель. В рамках этой модели

$$\tilde{T}(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{min}} g^n \int_0^\infty \prod_{i=1}^{n} d\eta_i \,\delta(\xi - \sum_{i=1}^{n+1} \eta_i) = \sum_{n=n_{min}} \frac{(g\xi)^n}{n!}, \tag{19}$$

$(\xi = \ln E)$ и, используя (17),

$$\frac{\Delta\sigma_n}{\tilde{\sigma}_n} = n e^{-n\frac{\xi - \ln n}{\xi}} \,\mathrm{sh}\,\frac{n(\xi - 2\ln n)}{\xi} \simeq n^{1-\frac{n}{\xi}}. \tag{20}$$

Очевидно, что при $n > \xi \gg 1, (\Delta\sigma/\tilde{\sigma}_n) \ll 1$. Таким образом, мультипериферической моделью предсказывается ступенчатая картина, показанная на рис.2.

5. Рассмотренный выше пример имеет очевидное обобщение. Рассмотрим производящий функционал

$$T(z) = \sum_n \int \prod_{i=1}^{n} \{ \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\epsilon_i} Z(P_i) \} \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^{n} p_i)(A_n)^2 , \tag{21}$$

где $P = (E, \vec{k})$ — 4-импульс сталкивающихся частиц и $z(p_i)$ — произвольная функция 4-импульса, $p_i = (\epsilon_i, \vec{k}_i)$ i-й частицы. Введя функцию $z(p)$, мы можем по нашему усмотрению организовать импульсное распределение частиц в фазовом пространстве.

Предлагаемая идея заключается в том, что класс экспериментально доступных задач по изучению процессов множественного рождения можно существенно расширить, если учесть, что функция $z(p)$ фактически задается триггером экспериментальной установки (выше был рассмотрен пример, когда $z(p_i) = \theta(\epsilon_0 - \epsilon_i)$). Тогда $T(z)$ — такая же измеримая величина, как и "дифференциальные" сечения

$$\sigma_n = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} T(z = \text{const}) |_{z=0} , \quad \frac{\partial \sigma}{\partial p} = \frac{\delta}{\delta z(p)} T(z) |_{z=1} \tag{22}$$

и т.д., которые традиционно изучаются.

Исследование $T(z)$ имеет то преимущество, что эксперименты по ее изучению поддаются автоматизации, не требуют использования фильмовых детекторов. При этом, однако, мы теряем часть информации, доступной для "дифференциальных" характеристик (22), так как $T(z)$ по определению — интегральная величина. Но, как отмечалось выше, так же, как в статистической физике, подобная жертва неизбежна, если мы хотим изучать действительно многочастичные события с $n \gg \bar{n}$.

Рассмотренный выше пример показывает также, что в определенных условиях (малость $\bar{n}_\epsilon$) из $T(z)$ можно найти с высокой точностью и "дифференциальные" характеристики. Это обстоятельство демонстрирует эффективность данного подхода.

6. Однако, учитывая естественный экспериментальный разброс, $z(p)$ в (21) невозможно задать с произвольно высокой точностью. Обсудим этот вопрос на разобранном выше примере.

Пусть

1) $\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots, \epsilon_n$ — энергии рожденных частиц,

2) ω_n — вероятность рождения n частиц (см. (7)),

3) $\epsilon'_1, \epsilon'_2, \ldots, \epsilon'_n$ — измеренные энергии частиц,

4) $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{(\epsilon_i - \epsilon'_i)^2}{2\sigma^2}\}$ задает разброс ϵ'_i в окрестности с дисперсией σ,

5) ограничения (1) накладываются на измеренные (калориметром) энергии частиц:

$$\epsilon'_i \le \epsilon_0. \tag{23}$$

Тогда в эксперименте будет измеряться величина

$$T_\sigma(\epsilon_0) = \sum_n \int \prod_{i=1}^{n} \{\frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \frac{d\epsilon'_i}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\epsilon_i-\epsilon'_i)^2}{2\sigma^2}} \theta(\epsilon_0 - \epsilon'_i)\}\times \tag{24}$$

$$\times\delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i)\omega_n(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n).$$

Отметим, что суммирование ведется по всем n.

Проинтегрировав в (24) по ϵ'. получим

$$T_\sigma(\epsilon_0) = \sum_n \int \prod_{i=1}^{n} \{\frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \Phi_\sigma(\epsilon_i . \epsilon_0)\}\times$$

$$\times\delta(E - \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i)\omega_n(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n)\}. \tag{25}$$

где

$$\Phi_\sigma(\epsilon . \epsilon_0) = \int \frac{d\epsilon'}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(\epsilon-\epsilon')^2}{2\sigma^2}} \theta(\epsilon_0 - \epsilon') =$$

$$= \frac{1}{2}\{\mathrm{erf}(\frac{\epsilon_0-\epsilon}{2\sigma}) + 1\} - \frac{1}{2}\{\mathrm{erf}(-\frac{\epsilon}{\sqrt{2}\sigma}) + 1\}, \tag{26}$$

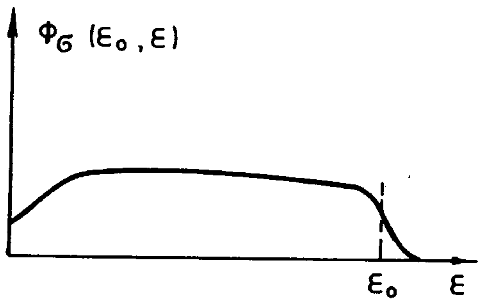

Рис.3

и erf(x) — функция ошибок ($erf(\infty) = 1$, $erf(-x) = -erf(x)$). График Φ_σ показан на рис.3. Мы видим, что гауссовский разброс в измерении энергий рождения частиц приводит к "сглаживанию" θ-функций, в результате чего ступенчатая картина рис.2 будет также сглаживаться.

Если учесть, однако, предсказание мультипериферической модели, то вышесказанное незначительно повлияет при $n \gg \bar{n}$ на определение границ интегрирования по ϵ_i. Значительно важнее влияние неточности измерения энергий ϵ_i на определение n_{min}. Вместе с этим нетрудно заметить (см. вывод неравенства (4)), что определение n_{min} в значительной мере зависит от точности, с которой выполняется "закон сохранения"

$$\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i' = E. \tag{27}$$

Подробное обсуждение этого вопроса будет дано в последующих публикациях.

В заключение мы благодарим В.Г.Кадышевского, В.А.Матвеева, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе за полезные советы и обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. UA5 Coll. CERN-EP/85-62, Geneva, 1985.
2. UA5 Coll. CERN-EP/82-179, Geneva, 1982.
   UA5 Coll. Phys.Lett., 1983, 121B, p.209.
   Rushbrooke J.G. CERN-EP/84-34, Geneva, 1984.

Рукопись поступила 26 февраля 1988 года.